



Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Chiapas.

Selectivo 1: Día 2



Nombre: _____

Instrucciones:

- El tiempo máximo de duración del examen será de 4.5 horas.
- Deberás escribir cada problema que resuelvas, o intentes, en paginas diferentes.
- En caso de cualquier duda referente al enunciado de alguno de estos problemas, deberás preguntarla por escrito. Tienes la primera hora para hacer preguntas.

Problemas:

1. Sean $a_1, a_2, \dots, a_{2017}$ los enteros del 1 al 2017 en algún orden, de manera que ningun número permanece en su posición original. Determina todos los enteros no negativos n tales que,

$$(a_1 - 1)^n + (a_2 - 2)^n + \dots + (a_{2017} - 2017)^n$$

es un número impar.

2. En el triángulo ABC sean L, M y N los puntos medios de BC, CA y AB respectivamente. Considera las circunferencias C_1 y C_2 cuyos diámetros son AC y AB , respectivamente. Sea X el punto afuera de ABC en donde la recta LN se intersecta con C_2 . Sea Y el punto afuera de ABC en donde la recta LM se intersecta con C_1 . Las tangentes a C_2 por X y a C_1 por Y se cortan en Z . Prueba que $ZX = ZY$.
3. Considera un conjunto finito de puntos en el plano con la propiedad que la distancia entre cualesquiera dos de ellos es a lo más 1. Demuestra que el conjunto de puntos puede ser encerrado en un círculo de radio $\frac{\sqrt{3}}{2}$.